

1. feladat (statika): Koncentrált Erős Támreakció Számítása

Készíts egy programot, amely kiszámolja egy egyszerű tartó támreakcióit!

Adatok:

- Tartó hossza: L (bekérendő)
- Koncentrált erők listája: F_i [N] (lista)
- Erők helyzete: x_i [m] (lista, a bal támasztástól mérve)

A program végezze el:

- Egyensúlyi egyenlet felírása függőlegesen: $\sum F_y = 0$
- Momentum egyenlet felírása a bal támaszra: $\sum M_A = 0$
- Támreakciók kiszámítása: F_A és F_B
- Ellenőrzés: $F_A + F_B = \sum F_i$

Tesztelés: $L = 6$ m, erők: $F_1 = 10$ kN ($x_1 = 2$ m), $F_2 = 15$ kN ($x_2 = 4$ m)

Várható eredmény: $F_A = 15$ kN, $F_B = 10$ kN

Programozási tippek:

- Használj listákat az erők és pozíciók tárolására
- `for` ciklussal számítsd ki a $\sum F_i$ és $\sum M_i$ értékeket
- A momentum számítása: `momentum += F[i] * x[i]`

2. feladat (statika): Rácsos Tartó Erős Analízis

Szimulálj egy egyszerű háromszög alakú rácsos tartó erőit!

Geometria:

- 3 csomóponti koordináta: A(0,0), B(L,0), C(L/2, h)
- Külső terhelés: F [kN] lefelé a C pontban

A program számolja ki:

- Támreakciók: F_A és F_B (függőleges)
- Rúderők: F_{AB} , F_{AC} , F_{BC}
- Csomóponti egyensúly C pontban (vektoriális)

Felhasznált képletek:

- Szimmetria miatt: $F_A = F_B = F/2$
- C csomópontban: $F_{AC} \sin \alpha = F_{BC} \sin \alpha = F/2$
- ahol $\alpha = \arctan(h/(L/2))$

Tesztelés: $L = 4$ m, $h = 3$ m, $F = 20$ kN

Programozási elemek:

- `math.atan2()` a szögek számításához
- Vektorok komponenseinek számítása
- `math.sqrt()` a rúdhosszak számításához

3. feladat (statika): Nyomatéki Ábra Generálása

Készíts egy programot, amely kiszámolja és megjeleníti egy tartó nyomatéki ábráját!

Bemenet:

- Tartó hossza: L [m]
- Konzolterhelés pozíciója és nagysága
- Vizsgálati pontok száma: n (pl. 50)

A program működése:

- Ossa fel a tartót n részre
- Minden x_i pozícióban számítsa ki a nyomatékot: $M(x)$
- Tárolja az eredményeket listákban
- Találja meg a maximum nyomaték helyét és értékét

Nyomaték számítás:

- Bal oldalról: $M(x) = F_A \cdot x - \sum F_i \cdot (x - x_i)$ ha $x > x_i$
- Használj feltételes összegzést: `if x > xi`

Kimenetek:

- x koordináták listája
- $M(x)$ nyomatékok listája
- Maximum nyomaték értéke és helye
- „Nyomatéki ábra adatok kész” üzenet

Teszt: Konzol 10 kN, 2 m-nél, $L = 6$ m tartón

4. feladat (analízis): Függvény Zérushelyei Newton-módszerrel

Implementáld a Newton-Raphson módszert zérushelyek keresésére!

A módszer:

- Iterációs képlet: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
- Megállási feltétel: $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$
- Maximum iteráció: 100

Tesztelendő függvények:

- $f_1(x) = x^2 - 2$ (várt: $x = \pm\sqrt{2}$)
- $f_2(x) = \cos(x) - x$
- $f_3(x) = e^x - 2x - 1$

Program felépítése:

- Függvény és derivált definiálása
- Newton iteráció while ciklussal
- Konvergencia ellenőrzés
- Iterációk számának nyomon követése

Kimenetek minden függvényhez:

- Talált zérushely (3 tizedesre)
- Iterációk száma
- Függvényérték a zérushelyen (ellenőrzés)

Programozási tippek:

- `abs()` függvény a konvergencia ellenőrzéshez
- Kezdőérték: próbáld 1.0, 0.5, -1.0 értékeket
- `math.exp()`, `math.cos()` használata

5. feladat (analízis): Numerikus Integrálás és Deriválás

Készíts numerikus számítási eszközöket analízishez!

A) Numerikus integrálás (trapéz szabály):

- Képlet: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}[f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b)]$
- ahol $h = \frac{b-a}{n}$ és $x_i = a + ih$

B) Numerikus deriválás (középponti különbség):

- Képlet: $f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$
- Használj kis h értéket (pl. $h = 0.001$)

Tesztelendő függvények:

- $f(x) = x^2$: Integrál $[0,2]$, Derivált $x=1$ -nél
- $f(x) = \sin(x)$: Integrál $[0,\pi]$, Derivált $x=\pi/4$ -nél
- $f(x) = e^x$: Integrál $[0,1]$, Derivált $x=0$ -nál

Program struktúra:

- Függvények definiálása
- Integrálás for ciklussal ($n = 1000$ részre osztás)
- Deriválás közvetlen képlettel
- Eredmények összehasonlítása analitikus értékekkel

Kimenet formátum:

- „Numerikus integrál: X.XXX, Analitikus: Y.YYY, Hiba: Z.ZZ%”
- „Numerikus derivált: X.XXX, Analitikus: Y.YYY, Hiba: Z.ZZ%”

Analitikus megoldások ellenőrzéshez:

- $\int_0^2 x^2 dx = 8/3$, $\frac{d}{dx} x^2|_{x=1} = 2$
- $\int_0^\pi \sin(x) dx = 2$, $\frac{d}{dx} \sin(x)|_{x=\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$